

# 期待値の問題

サイコロを1回振って出た目の数 × 1000 円もらえるゲームがある。  
ただし1回だけサイコロを振りなおすことができる。(振りなおさなくてもよい)。  
この時このゲームでもらえる期待値の最大はいくらになるでしょう？

解答 まずサイコロを振ってでる目の期待値は  $1 \times \frac{1}{6} + 2 \times \frac{1}{6} + 3 \times \frac{1}{6} + 4 \times \frac{1}{6} + 5 \times \frac{1}{6} + 6 \times \frac{1}{6} = 3.5$

よってサイコロの目が3以下なら振り直し、4以上ならそのままとするのが良い。

つまりサイコロの出目のパターンは

1回目→4    1回目→5    1回目→6    の3パターン     $\frac{1}{6}$

1回目 2回目   1回目 2回目   1回目 2回目   1回目 2回目   1回目 2回目   1回目 2回目  
(1, ①)   (1, ②)   (1, ③)   (1, ④)   (1, ⑤)   (1, ⑥)     $\frac{1}{36}$

1回目 2回目   1回目 2回目   1回目 2回目   1回目 2回目   1回目 2回目   1回目 2回目  
(2, ①)   (2, ②)   (2, ③)   (2, ④)   (2, ⑤)   (2, ⑥)

1回目 2回目   1回目 2回目   1回目 2回目   1回目 2回目   1回目 2回目   1回目 2回目  
(3, ①)   (3, ②)   (3, ③)   (3, ④)   (3, ⑤)   (3, ⑥)

の18パターン  
で  $3+18=$  全21パターン

よってサイコロの出る目の期待値は

$$4 \times \frac{1}{6} + 5 \times \frac{1}{6} + 6 \times \frac{1}{6} + 1 \times \frac{3}{36} + 2 \times \frac{3}{36} + 3 \times \frac{3}{36} + 4 \times \frac{3}{36} + 5 \times \frac{3}{36} + 6 \times \frac{3}{36} = \frac{17}{4}$$

よって期待値の最大は

$$\frac{17}{4} \times 1000 \text{ 円} = 4250 \text{ 円}$$