

期待値の問題

サイコロを1回振って出た目の数×1000円もらえるゲームがある。

ただし1回だけサイコロを振りなおすことができる。(振りなおさなくてもよい)。

この時このゲームでもらえる期待値の最大はいくらになるでしょう？

解答

まずサイコロを振って出る目の期待値は $1 \times \frac{1}{6} + 2 \times \frac{1}{6} + 3 \times \frac{1}{6} + 4 \times \frac{1}{6} + 5 \times \frac{1}{6} + 6 \times \frac{1}{6} = 3.5$

よってサイコロの目が3以下なら振り直し、4以上ならそのままとするのが良い。

つまりサイコロの出目のパターンは

これらの確率はそれぞれ

1回目→4

1回目→5

1回目→6

の3パターン



$\frac{1}{6}$

+

1回目 2回目

1回目 2回目

1回目 2回目

1回目 2回目

1回目 2回目

(1, 1)

(1, 2)

(1, 3)

(1, 4)

(1, 5)



$\frac{1}{36}$

1回目 2回目

1回目 2回目

1回目 2回目

1回目 2回目

1回目 2回目

(2, 1)

(2, 2)

(2, 3)

(2, 4)

(2, 5)



$\frac{1}{36}$

1回目 2回目

1回目 2回目

1回目 2回目

1回目 2回目

1回目 2回目

(3, 1)

(3, 2)

(3, 3)

(3, 4)

(3, 5)



$\frac{1}{36}$

の18パターン

で $3+18=$ 全21パターン

よって期待値の最大は

$\frac{17}{4} \times 1000 \text{ 円} = 4250 \text{ 円}$

よってサイコロの出る目の期待値は

$$4 \times \frac{1}{6} + 5 \times \frac{1}{6} + 6 \times \frac{1}{6} + 1 \times \frac{3}{36} + 2 \times \frac{3}{36} + 3 \times \frac{3}{36} + 4 \times \frac{3}{36} + 5 \times \frac{3}{36} + 6 \times \frac{3}{36} = \frac{17}{4}$$