

# 二次関数 最大値と最小値① 定義域が動くパターン

グラフが下に凸のパターン

問題

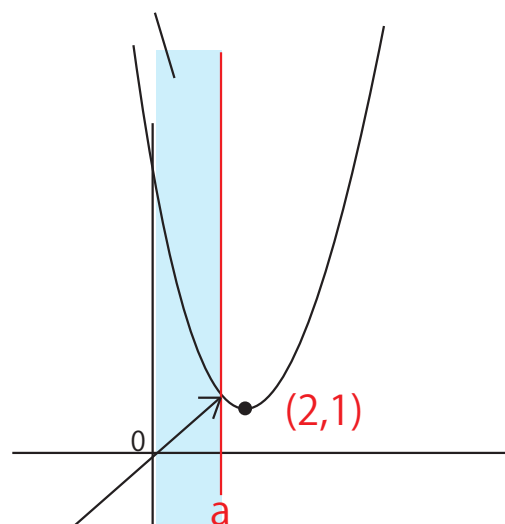
$y=x^2-4x+5$  ( $0\leq x\leq a$ ) における  
最大値と最小値をもとめよう

まずは平方完成して軸と頂点をもとめる。

$$y=x^2-4x+5 \Rightarrow y=(x-2)^2+1$$

最小値

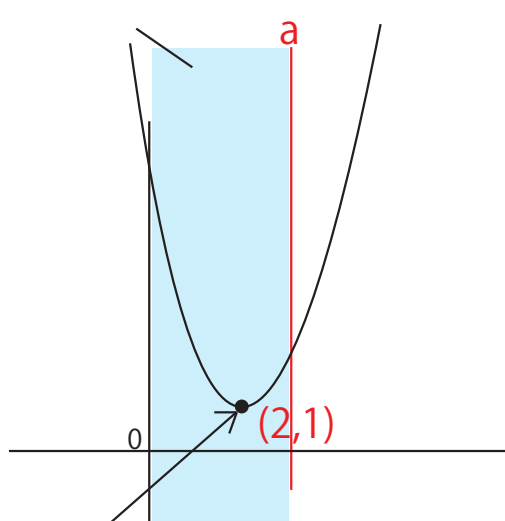
$0<a<2$  のとき (定義域が頂点を含まない時)



ココが最小値となるので

$x=a$  のとき最小値  
 $a^2-4a+5$  となる。

$2\leq a$  のとき (定義域が頂点を含む時)

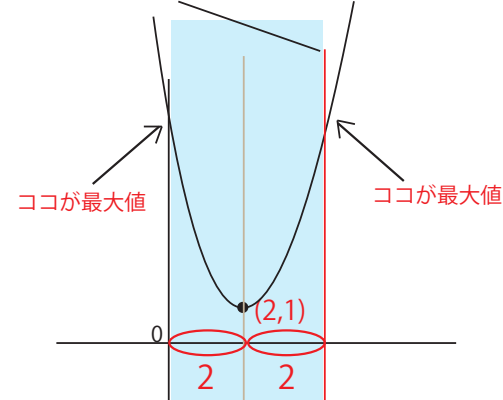


ココ(頂点)が最小値となるので

$x=2$  のとき  
最小値 1 となる。

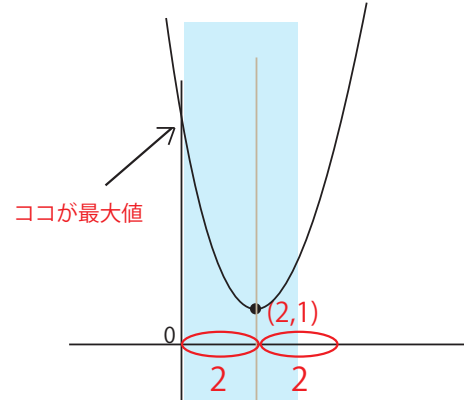
最大値

$a=4$  のとき (頂点の x 座標が丁度範囲の真ん中になる時)



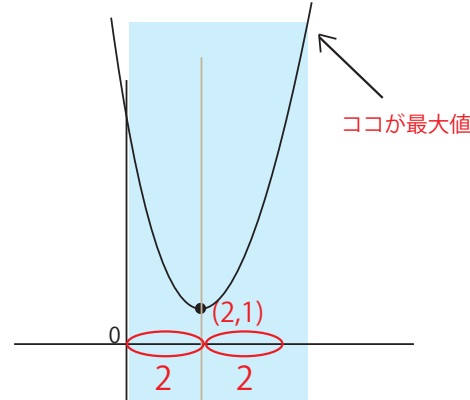
$x=0$  の時  $x=a$  (4) のとき最大値 5

$a<4$  のとき (定義域がグラフの左寄りになる時)



$x=0$  のとき最大値 5

$a>4$  のとき (定義域がグラフの右寄りになる時)



$x=a$  のとき最大値  $a^2-4a+5$  となる。

グラフが上に凸のパターン

問題

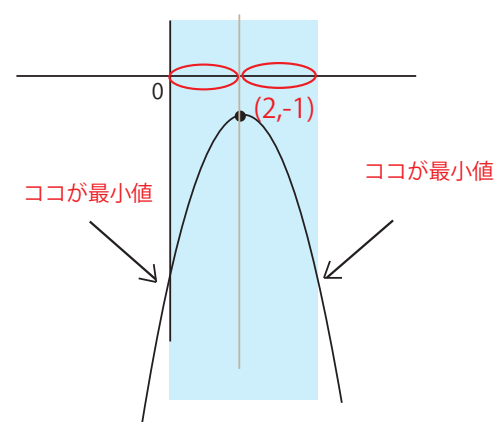
$y=-x^2+4x-5$  ( $0\leq x\leq a$ ) における  
最大値と最小値をもとめよう

まずは平方完成して軸と頂点をもとめる。

$$y=-x^2+4x-5 \Rightarrow y=-(x-2)^2-1$$

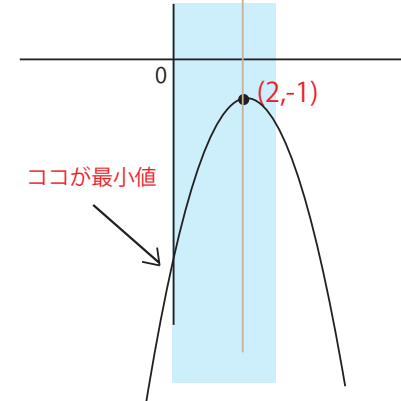
最小値

$a=4$  のとき (頂点の x 座標が丁度範囲の真ん中になる時)



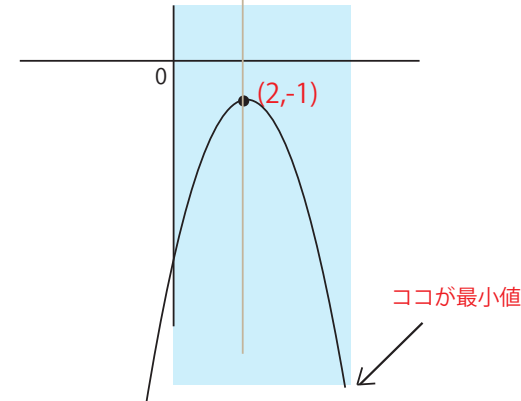
$x=0$  の時  $x=a$  (4) のとき最小値 -5

$a<4$  のとき (定義域がグラフの左寄りになる時)



$x=0$  のとき最小値 -5

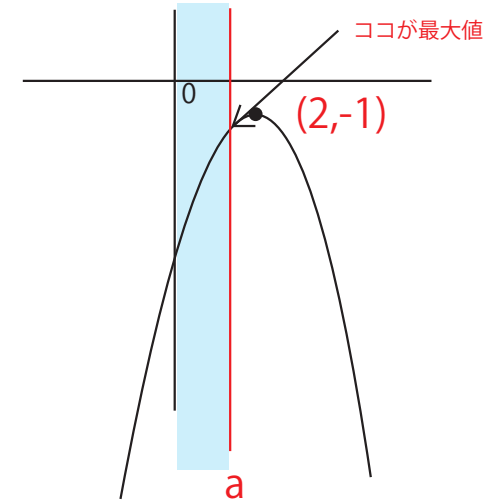
$a>4$  のとき (定義域がグラフの右寄りになる時)



$x=a$  のとき最小値  $a^2-4a-5$  となる。

最大値

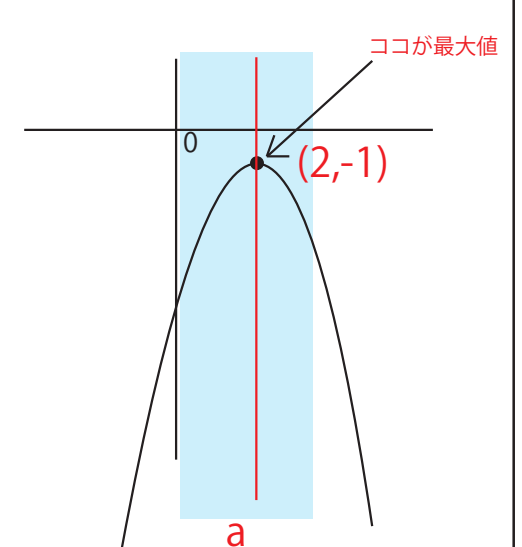
$0<a<2$  のとき (定義域が頂点を含まない時)



よって

$x=a$  のとき最小値  
 $a^2-4a+5$  となる。

$2\leq a$  のとき (定義域が頂点を含む時)



よって

$x=2$  のとき  
最大値 -1 となる。