

二次関数 最大値と最小値①

グラフが下に凸のパターン

問題

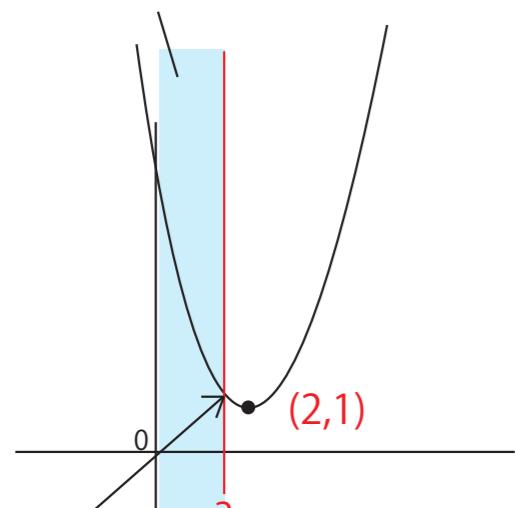
$$y=x^2 - 4x + 5 \quad (0 \leq x \leq a) \text{ における最大値と最小値をもとめよう}$$

まずは平方完成して軸と頂点をもとめる。

$$y=x^2 - 4x + 5 \Rightarrow y=(x-2)^2 + 1$$

最小値

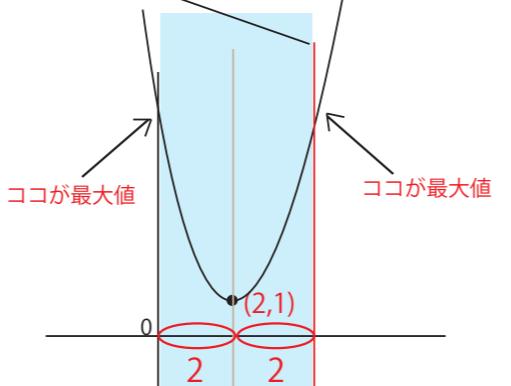
$0 < a < 2$ のとき (定義域が頂点を含まない時)



ココが最小値となるので $x=a$ のとき最小値 $a^2 - 4a + 5$ となる。

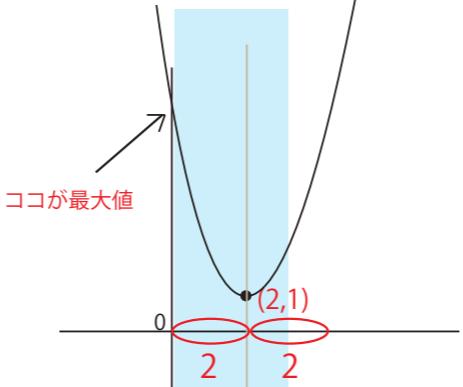
最大値

$a=4$ のとき (頂点の x 座標が丁度範囲の真ん中になる時)



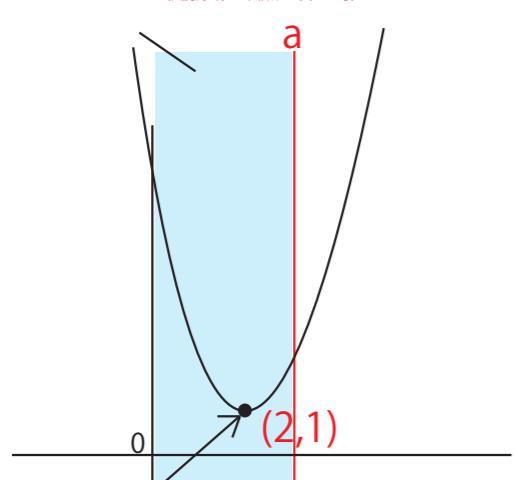
$x=0$ の時 $x=a$ (4) のとき最大値 5

$a < 4$ のとき (定義域がグラフの左寄りになる時)



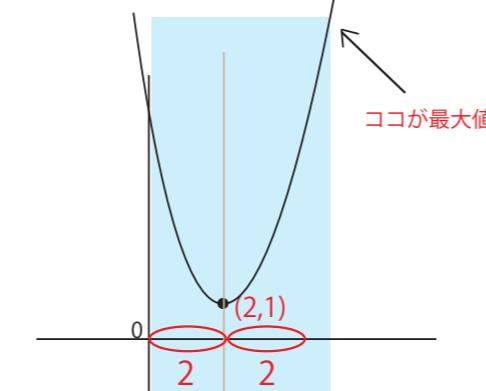
$x=0$ の時最大値 5

$2 \leq a$ のとき (定義域が頂点を含む時)



ココ(頂点)が最小値となるので $x=2$ のとき最小値 1 となる。

$a > 4$ のとき (定義域がグラフの右寄りになる時)



$x=a$ の時とき最大値 $a^2 - 4a + 5$ となる。

定義域が動くパターン

グラフが上に凸のパターン

問題

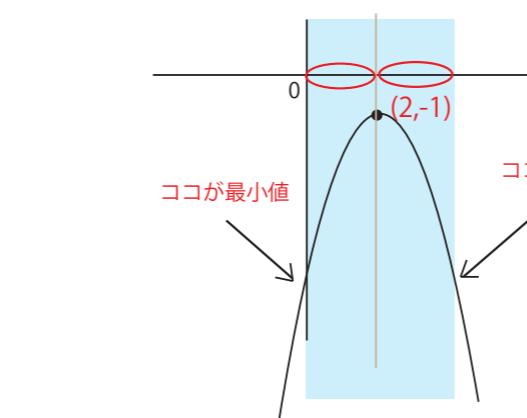
$$y=-x^2 + 4x - 5 \quad (0 \leq x \leq a) \text{ における最大値と最小値をもとめよう}$$

まずは平方完成して軸と頂点をもとめる。

$$y=-x^2 + 4x - 5 \Rightarrow y=-(x-2)^2 - 1$$

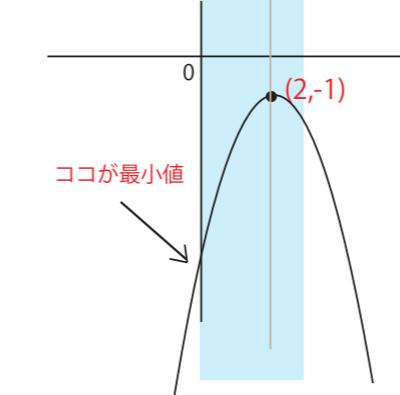
最小値

$a=4$ のとき (頂点の x 座標が丁度範囲の真ん中になる時)



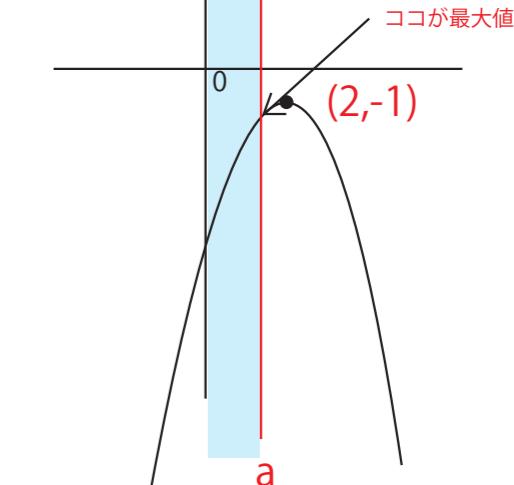
$x=0$ の時 $x=a$ (4) のとき最小値 -5

$a < 4$ のとき (定義域がグラフの左寄りになる時)

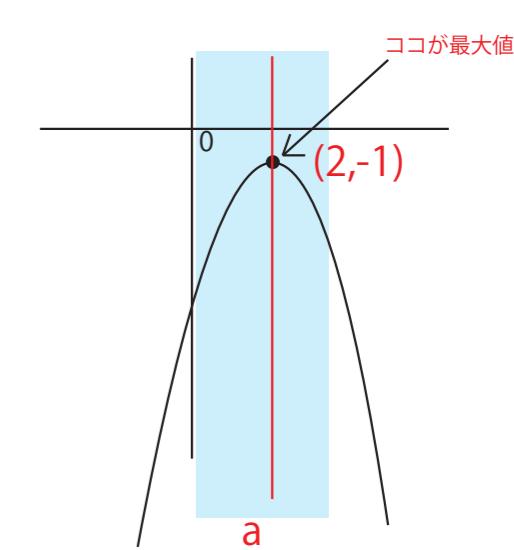


よって $x=a$ のとき最小値 $a^2 - 4a + 5$ となる。

$0 < a < 2$ のとき (定義域が頂点を含まない時)



$2 \leq a$ のとき (定義域が頂点を含む時)



よって $x=2$ のとき最大値 -1 となる。

$x=a$ のとき最小値 $a^2 - 4a + 5$ となる。