背理法を使った証明

$\sqrt{2}$ は無理数であることを証明しましょう。

$\sqrt{2}$ は無理数ではなく有理数であると仮定すると、$\sqrt{2}$ は

1 以外に公約数をもたない 2 つの自然数 a,b を用いて

約分できない分数ということ

$\sqrt{2} = \dfrac{a}{b}$ と表される。両辺に b をかけて $a=\sqrt{2}b$

両辺を 2 乗すると $a^2=2b^2$

ここから a^2 は偶数であるといえる。

a^2 が偶数ということは a も偶数である。

対偶を使った証明で証明できるよ！

a は偶数

a は偶数 なので a は自然数 c をつかって

a=2c と表すことができる。a=2c の a をここに代入すると。

$4c^2=2b^2$ となる。両辺を 2 で割って $b^2=2c^2$ となる。

ここから b^2 は偶数であるといえる。

b^2 が偶数ということは b も偶数である。

対偶を使った証明で証明できるよ！

b は偶数

a は偶数　b は偶数　a も b も偶数！？

これは 1 以外に公約数をもたない 2 つの自然数 a,b に矛盾する。

したがって $\sqrt{2}$ は無理数である。