1の3乗根

3次方程式 $X^3=1$ を解いてみましょう

$X^3=1$ を移行して $X^3-1=0$ とする。

左辺を因数分解すると

$(X-1)(X^2+X+1)=0$ となるので X は

$X-1=0$ または　$X^2+X+1=0$　なので

解の公式より

$$X= \quad 1,\ \frac{-1+\sqrt{3}i}{2},\ \frac{-1-\sqrt{3}i}{2}$$

となる

1の3乗根のうち虚数であるもの

↓ こいつら

$$\frac{-1+\sqrt{3}i}{2},\quad \frac{-1-\sqrt{3}i}{2}$$

のうちどちらか1つをωとおくと

もう一つの解は ω^2 となる

$\frac{-1+\sqrt{3}i}{2}$　これ2乗すると これになる　$\frac{-1-\sqrt{3}i}{2}$

$\frac{-1-\sqrt{3}i}{2}$　これ2乗すると これになる　$\frac{-1+\sqrt{3}i}{2}$

というわけで

1の3乗根は

$$1 \qquad \omega \qquad \omega^2$$

ということになる。

ωの性質のまとめ

$$\omega^3=1$$

そもそもωは1の3乗根なので

そりゃ3乗すれば1になります。

$$\omega^2+\omega+1=0$$

$X^2+X+1=0$

の解がωなので当然成り立ちます。

$$\omega^2=\overline{\omega}$$

ここからも

わかります。

$\frac{-1+\sqrt{3}i}{2}$　これ2乗すると これになる　$\frac{-1-\sqrt{3}i}{2}$

$\frac{-1-\sqrt{3}i}{2}$　これ2乗すると これになる　$\frac{-1+\sqrt{3}i}{2}$