

下のように、2から順に偶数を並べた数列を項が1個、3個、5個、7個……となるように分け、それぞれ第1群、第2群、第3群……とする。

①第n群の最初の項をもとめましょう

$$2 \mid 4, 6, 8 \mid 10, 12, 14, 16, 18 \mid 20, 22, 24, 26, 28, 30, 32 \mid \dots$$

まずは第n項の前までに項が何個あるかを考えます。

$$2 \mid 4, 6, 8 \mid 10, 12, 14, 16, 18 \mid 20, 22, 24, 26, 28, 30, 32 \mid 34 \dots \mid$$

第1群 第2群
第3群
第4群
第5群
第n群

まずはここまでに項が何個あるか考える。n群の最初の項はそれ+1番目。

第1群に1個、第2群に3個、第3群に5個、第4群に7個……なので $1+3+5+7+\dots$ をn-1群まで足していけば何個かわかる。

これより第n群までには $(n-1)^2$ 個の項があることがわかる。

よって第n群の最初の項は

$(n-1)^2 + 1$ 番目の項であるとわかる

偶数2nの $(n-1)^2 + 1$ 番目の項なのでn群の最初の項は

$2n^2 - 4n + 4$ となる

一般項は $2n-1$ なのでn-1までの和は

$$\sum_{k=1}^{n-1} 2k-1 = (n-1)^2$$

または

もしくは初項1 公差2、項数n-1
の公差数列なので
 $\frac{n}{2} (2a+(n-1)d)$
の公式より $(n-1)^2$