

点と直線の距離

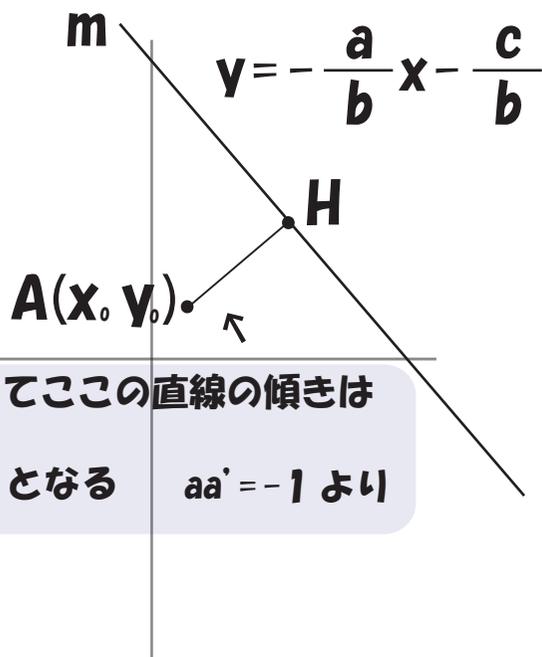
点 (x_0, y_0) と

$$|ax_0 + by_0 + c|$$

$ax + by + c = 0$ との距離

$$\sqrt{a^2 + b^2}$$

証明



①

$ax + by + c = 0$ を変形すると

$$y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b} \text{ となる。}$$

②

よって直線 AH の傾きは

$$\frac{b}{a} \text{ となる } aa' = -1 \text{ より}$$

③

直線 AH は傾きが $\frac{b}{a}$ で

$A(x_0, y_0)$ を通る直線なので

$$y - y_0 = \frac{b}{a}(x - x_0) \text{ となる}$$

④

H の座標は直線 m と直線 AH

の交点なので 2 つの式を連立方程式で

解くと H の座標は

$$\left(\frac{bx_0 - aby_0 - ac}{a^2 + b^2}, \frac{-ax_0 + ay_0 - bc}{a^2 + b^2} \right)$$

となる。

⑤

あとは A と H の 2 点間の距離

を求めることにより

$$\frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \text{ となる。}$$

$$\sqrt{a^2 + b^2}$$