

条件付き確率

ある病原菌の検査薬は、病原菌に感染しているのに間違っ陰性と1%の確率で判断し、感染していないにもかかわらず2%の確率で陽性と判断してしまいます。全体の1%がこの病原菌に感染している集団から1人を取りだした場合において

“陽性だったとき、実際は病原菌に感染していない確率”

をもとめましょう。

とりだした個体が感染している事象をA

(感染していない事象は \bar{A} となる)

検査結果が陽性である事象をE

として考えると



感染している確率

$$P(A) = \frac{1}{100}$$

感染しているとき陽性となる確率

$$P_A(E) = \frac{99}{100}$$

感染していない確率

$$P(\bar{A}) = \frac{99}{100}$$

感染していないとき陽性となる確率

$$P_{\bar{A}}(E) = \frac{2}{100}$$

となる

条件付き確率の公式は

$$P_A(B) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} \text{ なので}$$

↓ これより陽性である
確率P(E)は

$$P_E(\bar{A}) = \frac{P(\bar{A} \cap E)}{P(E)} = \frac{\frac{99}{100} \times \frac{2}{100}}{\frac{297}{10000}} = \frac{2}{3} \text{ となる}$$



感染していて陽性の確率+感染してなくて陽性の確率
になるので

$$\frac{1}{100} \times \frac{99}{100} + \frac{99}{100} \times \frac{2}{100} = \frac{297}{10000} \text{ となる}$$