

数列漸化式パターン別プリント

パターン8 $a_n = P a_n^q$ 型

対数をとって解く

問題

$$a_1 = 1$$

$a_{n+1} = 2a_n^2$ であらわされる

a_n の一般項を求めましょう

両辺に2を底とする対数をとると

$$\log_2 a_{n+1} = \log_2 2 a_n^2 \text{ となる}$$

ここで

$$\log_2 2 a_n^2 \text{ は } \log_2 2 + \log_2 a_n^2 \text{ となり}$$

$$1 + 2 \log_2 a_n \text{ となる。}$$

$b_n = \log_2 a_n$ とおくと、

$$b_{n+1} = 2b_n + 1 \text{ となる}$$

あとはパターン4のやりかたで b_n を出すと

$$b_n = 2^{n-1} - 1 \text{ となり}$$

$$\log_2 a_n = 2^{n-1} - 1$$

$$a_n = 2^{2^{n-1} - 1} \text{ となる}$$