

# 数列漸化式パターン別プリント

パターン7  $a_{n+1} = \frac{a_n}{pa_n + q}$  型

分子が  $a_n$  の項だけの時は逆数をとる  
(分子に0がきてはいけないので  $a_n \neq 0$  を示すこと)

①  $a_n \neq 0$  を示し逆数をとる

②  $\frac{1}{a_n} = b_n$  とおいて解く

問題

$$a_1 = \frac{1}{2} \quad a_{n+1} = \frac{a_n}{4a_n + 5}$$

で定められる一般項を求めましょう

解答

$$a_1 = \frac{1}{2} \neq 0$$

および漸化式よりこの式はすべての自然数  
に対して  $a_n \neq 0$  といえる

漸化式の両辺の逆数をとると

$$\frac{1}{a_{n+1}} = \frac{4a_n + 5}{a_n} \quad \text{となり右辺を変形すると}$$

$$\frac{1}{a_{n+1}} = 4 + \frac{5}{a_n}$$

$$\frac{1}{a_{n+1}} = b_n \quad \text{とおくと} \quad b_{n+1} = 5b_n + 4 \quad \text{となり}$$

これをパターン4の解き方で解くと

$$b_n = 4 \cdot 5^{n-1} - 1 \quad \text{となり} \quad a_n = \frac{1}{3 \cdot 5^{n-1} - 1} \quad \text{となる}$$