合同式(mod)

合同式とは，割り算の余りに注目した等式
あまりが同じならA≡Bとなるということ

例えば8を３で割ったら余りは２、５を３で割ったら余りは２。　二つとも余りが同じなので
８≡５（mod(割る数)は３）となる。これをmodをつかって表すと

$$8\equiv5\pmod3$$

となる。

a≡b(mod n), c≡d(mod n) のとき, 次のことが成り立つ。

①$a+c\equiv b+d\pmod n$　※8≡5（mod3）11≡8（mod3)の時8+11≡5+8(mod3)となる
8÷3のあまりも5÷3のあまりも同じで11÷3のあまりも8÷3のあまりも同じなので
11＋8÷3のあまりも5＋8÷3のあまりも同じになるということ。

②$a-c\equiv b-d\pmod n$

③$ac\equiv bd\pmod n$

④$a^s\equiv b^s\pmod n$（sは自然数）

これらの性質を使って以下の問題を解いてみよう

①$15^{100}$ を７で割った余りをもとめる

①まず 15 を 7 で割ると余りが 1 になるので $15\equiv1\pmod7$ となる※（1÷7＝0 あまり 1 なので）
よって上の公式の④より $15^{100}\equiv1^{100}\pmod7$ となる。1^{100} は 1 なので $15^{100}\equiv1\pmod7$
よって 15^{100} と 1 は7で割った時の余りが同じなので答えは 1 となる。

②$3^{2222}$ を５で割った余りをもとめる

①まず 3 を 5 で割ると余りが 3
3^2を５で割ると余りが４
3^3を５で割るとあまりが２
3^4を５で割るとあまりが１（※あまりが 1 になるまで）
以上より $3^4\equiv1\pmod5$ となる

$3^{2222}\equiv(3^4)^{555}\cdot3^2$
となる
$(3^4)^{555}\equiv1$ なので
$3^{2222}\equiv1\cdot3^2$ となる
よって答えは3^2を５で割った余りということで
４となる